

Maria Nowotny-Róžańska
Zakład Fizyki, Uniwersytet Rolniczy

do użytku wewnętrznego

ĆWICZENIE 31

MOSTEK WHEATSTONE'A

Kraków, 2016

Spis Treści:

I. CZĘŚĆ TEORETYCZNA.....	2
ŁADUNEK ELEKTRYCZNY	2
PRAWO COULOMBA.....	2
POLE ELEKTROSTATYCZNE. POTENCJAŁ I NAPIĘCIE	2
PRĄD ELEKTRYCZNY	3
NATĘŻENIE PRĄDU	3
DEFINICJA OPORU ELEKTRYCZNEGO	4
PRAWO OHMA.....	5
PRAWA KIRCHHOFFA.....	5
ŁĄCZENIE OPORÓW	7
MOSTEK WHEATSTONE'A	8
II. CEL ĆWICZENIA	10
III WYKONANIE CWICZENIA.....	10
IV. OPRACOWANIE WYNIKÓW	11
V. LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA.....	12

ZAKRES WYMAGANYCH WIADOMOŚCI:

Ładunek elektryczny. Różnica potencjałów elektrycznych. Prąd elektryczny. Natężenie prądu. Definicja oporu elektrycznego. Opór przewodnika metalicznego. Opór właściwy. Zależność oporu właściwego od temperatury. Prawo Ohma. Prawa Kirchhoffa. Szeregowe i równoległe łączenie oporów. Zasada pomiaru oporu elektrycznego metodą mostkową.

I. CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Ładunek elektryczny

Ładunek elektryczny jest to pewna własność materii, którą posiadają m.in. elektrony, jony i protony. Powoduje ona, że cząstki obdarzone ładunkiem odpychają się lub przyciągają. Ładunek elektryczny jest wielkością skalarną i może przyjmować wartości dodatnie lub ujemne. Wartości te są całkowitą wielokrotnością pewnej najmniejszej wartości zwanej *ładunkiem elementarnym* e :

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

gdzie C oznacza jednostkę ładunku zwaną kulombem. Jeden kulomb (1C) jest to ładunek, który przepływa w ciągu jednej sekundy przez poprzeczny przekrój przewodnika, w którym płynie prąd o natężeniu jednego ampera:

$$1\text{C} = 1\text{A} \cdot 1\text{s}$$

Prawo Coulomba

Każde dwa ładunki elektryczne q_1 , q_2 oddziałują na siebie siłą F zwaną **siłą Coulomba**, która jest proporcjonalna do ich iloczynu, a odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości r pomiędzy nimi:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1)$$

gdzie k jest współczynnikiem proporcjonalności.

Pole elektrostatyczne. Potencjał i napięcie

Polem elektrostatycznym nazywamy obszar, w którym na każdy ładunek działa siła Coulomba.

Potencjał V jest wielkością skalarną charakteryzującą dany punkt pola elektrostatycznego. Wyraża on liczbową wartość pracy W , którą trzeba wykonać przeciwko siłom pola, aby przenieść dodatni ładunek jednostkowy q z nieskończoności do danego punktu pola:

$$V = \frac{W}{q} \quad (2)$$

Jednostką potencjału jest jeden wolt ($1\text{V}=1\text{J}/1\text{C}$).

Napięciem elektrycznym U panującym między dwoma punktami pola nazywamy różnicę potencjałów tych punktów pola:

$$U = V_1 - V_2 \quad (3)$$

Jednostka napięcia jest taka sama jak jednostka potencjału.

Napięcie elektryczne U panujące między dwoma punktami można zdefiniować również jako pracę potrzebną do przeniesienia jednostkowego ładunku między tymi punktami i wyrazić wzorem:

$$U = \frac{W}{q} \quad (4)$$

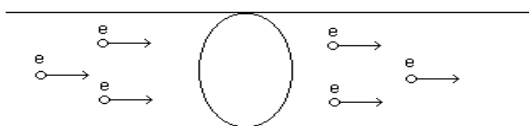
Siła elektromotoryczna E jest to napięcie panujące na zaciskach ogniwa idealnego.

Prąd elektryczny

Prąd elektryczny jest to uporządkowany ruch ładunków elektrycznych: elektronów (w metalach). Warunkiem koniecznym przepływu prądu jest istnienie różnicy potencjałów. Kierunek prądu określa się umownie od miejsca o potencjale wyższym do miejsca o potencjale niższym.

Natężenie prądu

Ograniczając się do prądów stałych (z którymi będziemy mieli do czynienia w ćwiczeniu 31), można powiedzieć, że *natężenie prądu* jest to ilość ładunku przepływającego w jednostce czasu przez poprzeczny przekrój przewodnika (Rys.1).



Rys.1. Przepływ prądu przez przewodnik (e-elektron)

Jeśli przez Q oznaczymy ładunek przepływający przez poprzeczny przekrój przewodnika w czasie t , to natężenie prądu I wyraża się wzorem:

$$I = \frac{Q}{t} \quad (5)$$

Jednostką natężenia jest jeden amper (1A). Według definicji, amper jest to takie natężenie prądu elektrycznego, który płynąc w dwóch równoległych, prostoliniowych i nieskończenie długich przewodnikach umieszczonych w próżni w odległości 1m spowoduje, że przewodniki będą oddziaływały na siebie siłą elektrodynamiczną wynoszącą $2 \cdot 10^{-7}$ N na każdy metr bieżący przewodu.

Definicja oporu elektrycznego

Prąd elektryczny przepływając przez dowolny materiał napotyka na przeszkody. W przypadku przewodnika metalicznego elektrony swobodne napotykają na atomy sieci polikrystalicznej metalu, i w związku z tym nie poruszają się ruchem jednostajnie przyspieszonym, lecz zderzając się co jakiś czas z atomami sieci poruszają ze stałą średnią prędkością.

Wielkością fizyczną, która określa stopień utrudnienia na jakie napotykają elektrony (lub inne nośniki ładunku) jest **opór elektryczny** R , zdefiniowany jako stosunek napięcia U przyłożonego pomiędzy końcami przewodnika do natężenia prądu I wywołanego przez to napięcie:

$$R = \frac{U}{I} \quad (6)$$

Jednostką oporu jest om (1Ω), i jest to opór takiego przewodnika, w którym przyłożone napięcie $1V$ powoduje przepływ prądu o natężeniu $1A$:

$$1\Omega = \frac{1V}{1A}$$

Opór przewodnika metalicznego zależy od jego geometrycznych wymiarów, rodzaju materiału z którego jest wykonany oraz od temperatury. Zależność od wymiarów geometrycznych i rodzaju materiału można zapisać wzorem:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (7)$$

gdzie l jest to długość przewodnika, S jest to pole poprzecznego przekroju, a współczynnik ρ zwany jest **oporem właściwym** materiału, z którego wykonany jest przewodnik.

W przypadku przewodników metalicznych, opór rośnie wraz ze wzrostem temperatury. Można to wyjaśnić w ten sposób, że atomy sieci polikrystalicznej metalu drgają silniej w wyższej temperaturze i płynące elektrony częściej ulegają zderzeniom z nimi. Zależność oporu R od temperatury wyraża wzór:

$$R = R_0 [1 + \alpha(t - t_0)] \quad (8)$$

gdzie t_0 , t - to temperatura początkowa i końcowa, α - to *termiczny współczynnik oporu*, a R_0 to opór w temperaturze początkowej.

Prawo Ohma

Natężenie prądu przepływającego przez przewodnik jest wprost proporcjonalne do napięcia przyłożonego do końców tego przewodnika

$$I \sim U \quad (9)$$

Zastąpienie znaku proporcjonalności w powyższym wzorze wymaga wprowadzenia współczynnika proporcjonalności o wymiarze odwrotności oporu elektrycznego:

$$I = \frac{U}{R} \quad (10)$$

Liniowa zależność natężenia prądu I od napięcia U opisywana wzorami (9) i (10) nazywa się **prawem Ohma**.

Przewodniki metaliczne spełniają prawo Ohma z dużą dokładnością, w przeciwieństwie do wielu innych materiałów takich jak tzw. mocne elektrolity i elementy półprzewodnikowe.

Prawa Kirchhoffa

Pierwsze prawo Kirchhoffa dotyczy **węzła sieci**, tzn. takiego punktu, w którym zbiegają się co najmniej trzy przewody.

I. Prawo Kirchhoffa: Suma natężeń prądów I wpływających do danego węzła sieci jest równa sumie natężeń prądów I' wypływających z tego węzła:

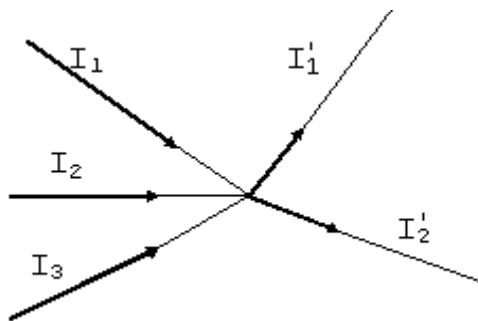
$$I_1 + I_2 + \dots + I_n = I'_1 + I'_2 + \dots + I'_m \quad (11)$$

Używając znaku sumy Σ to samo prawo można zapisać następująco:

$$\sum_{i=1}^n I_i = \sum_{j=1}^m I'_j \quad (12)$$

Dla przykładu dla węzła przedstawionego na rysunku 3 można zapisać:

$$I_1 + I_2 + I_3 = I'_1 + I'_2$$



Rys. 3. Ilustracja pierwszego prawa Kirchhoffa.

Drugie prawo Kirchhoffa dotyczy tzw. **oczek sieci**, tzn zamkniętych części obwodu elektrycznego.

II Prawo Kirchhoffa:

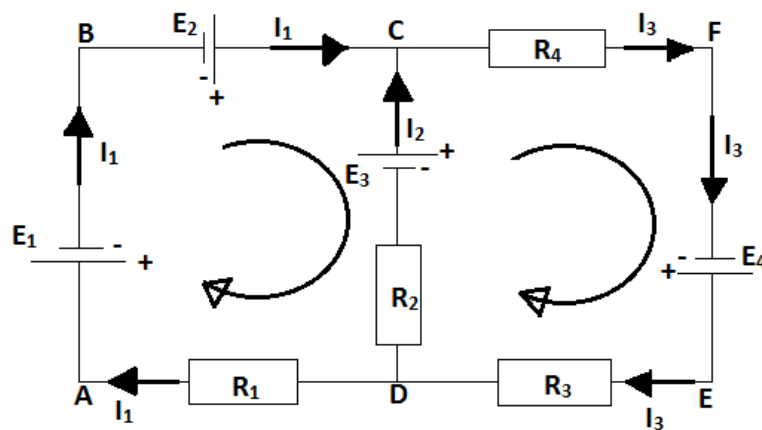
W zamkniętym oczku sieci suma algebraiczna iloczynów IR (czyli spadków napięć na opornikach) oraz sił elektromotorycznych jest równa zero.

$$I_1R_1 + I_2R_2 + \dots + I_nR_n + E_1 + E_2 + \dots + E_n = 0 \quad (13)$$

Powyższe prawo można wytłumaczyć następująco: wychodząc od dowolnego punktu, po obejściu całego oczka i powrocie do punktu wyjściowego, wracamy do tego samego potencjału, więc podczas wędrówki wokół oczka nie następuje zmiana napięcia (inaczej: zmiana napięcia jest równa zero).

Jednak przy dodawaniu sił elektromotorycznych i spadków napięć na opornikach, należy uważać na znaki. Jeżeli poruszamy się wokół oczka zgodnie z ruchem wskazówek zegara, to gdy napotykamy na źródło siły elektromotorycznej i przechodzimy z bieguna "-" na "+", siłę elektromotoryczną wpisujemy do równania (13) ze znakiem "+", a w przeciwnym wypadku ze znakiem "-". Jeżeli natomiast napotkamy na opornik elektryczny R przez który płynie prąd o natężeniu I , iloczyn IR wpisujemy ze znakiem "+", gdy kierunek prądu jest przeciwny do kierunku naszego obejścia. (W przeciwnym wypadku, ze znakiem "-".)

Prześledźmy prawa Kirchhoffa na następującym przykładzie:



Rys.4. Przykład obwodu elektrycznego złożonego z dwóch niezależnych oczek.

Korzystając z I prawa Kirchhoffa dla węzła C można zapisać:

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (14)$$

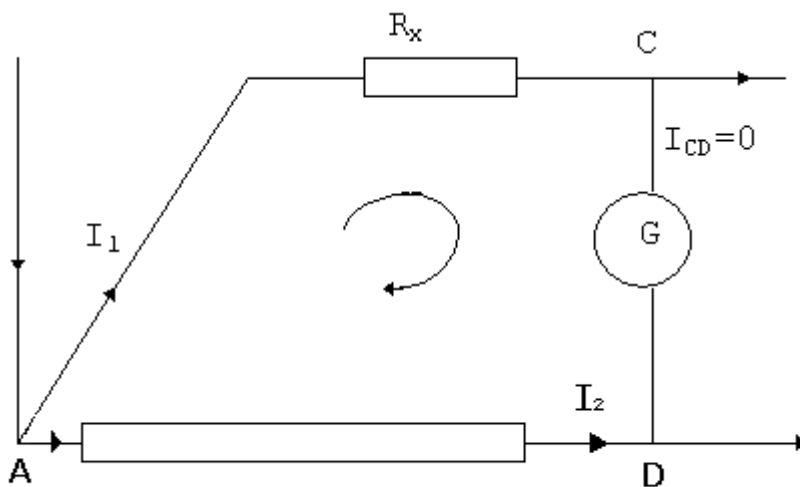
Korzystając z II prawa Kirchhoffa dla oczka ABCD, obchodząc oczko z punktu C zgodnie z ruchem wskazówek zegara i wracając do punktu C można zapisać:

$$-E_3 + I_2R_2 - I_1R_1 - E_1 + E_2 = 0 \quad (15)$$

Podobnie dla oczka CDEF, wychodząc z punktu C i wracając do C:

$$-I_3R_4 + E_4 - I_3R_3 - I_2R_2 + E_3 = 0 \quad (16)$$

Dla ilustracji II-ego prawa Kirchhoffa rozpatrzmy również oczko sieci będące fragmentem obwodu pomiarowego mostka Wheatstone'a:



Rys.5. Fragment obwodu pomiarowego mostka Wheatstone'a.

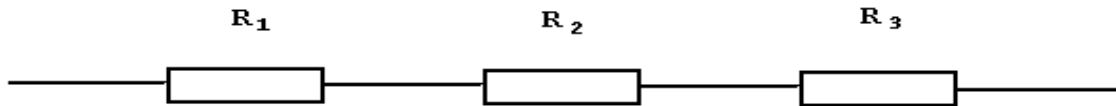
W omawianym oczku nie ma żadnych sił elektromotorycznych. W celu uzyskania sumy algebraicznej spadków napięć w równaniu (13), obchodzimy oczko zgodnie z ruchem wskazówek zegara wychodząc z punktu C .

$$I_2R_{AD} - I_1R_x = 0 \quad (17)$$

Łączenie oporów

Przy połączeniu szeregowym kilku oporników, opór wypadkowy R połączenia jest równy sumie poszczególnych oporów. Dla oporów na rysunku 5 można zapisać:

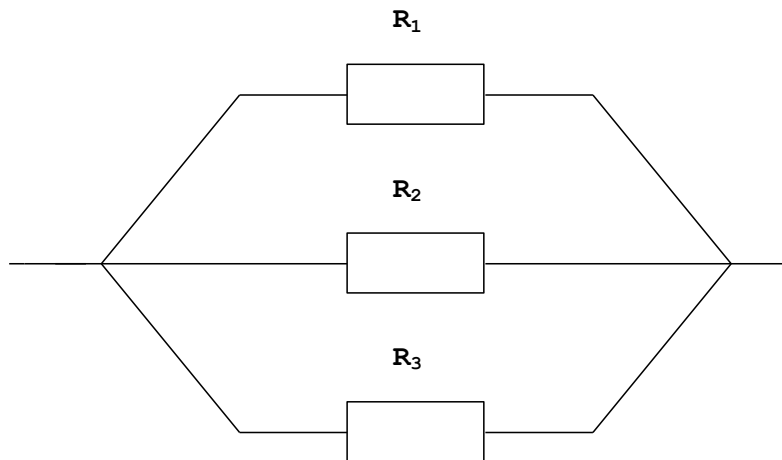
$$R = R_1 + R_2 + R_3 \quad (18)$$



Rys.6. Połączenie szeregowe oporów

Dla połączenia równoległego odwrotność oporu wypadkowego jest równa sumie odwrotności poszczególnych oporów. Dla oporów na rysunku 6 można zapisać:

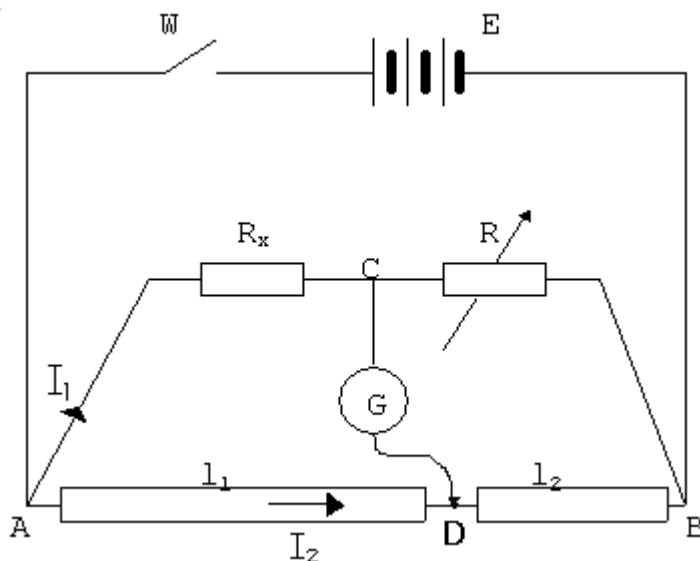
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (19)$$



Rys.7. Połączenie równoległe oporów.

Mostek Wheatstone'a

Rysunek 8 przedstawia schemat układu pomiarowego - mostka Wheatstone'a, który służy w trakcie wykonania ćwiczenia do znalezienia nieznanego oporu R_x .



Rys.8. Mostek Wheatstone'a.

Objaśnienie symboli zamieszczonych na rysunku 8.

E - siła elektromotoryczna źródła prądu stałego

W - wyłącznik,

R_x - badany opornik,

R - opornica dekadowa,

G - galwanometr,

D - ruchomy styk,

AB - przewód oporowy o polu poprzecznego przekroju S, wykonany z materiału o oporze właściwym ρ ,

l_1, l_2 - długości fragmentów drutu oporowego odpowiednio AD i DB,

I_1, I_2 - natężenia prądów.

Jeśli ruchomy styk D ustawimy w takim miejscu, że galwanometr G nie wykazuje przepływu prądu, to potencjały elektryczne punktów C i D muszą być równe:

$$V_C = V_D$$

i natężenie prądu płynącego między tymi punktami jest równe 0.

Korzystając z pierwszego prawa Kirchhoffa dla węzłów C i D widzimy, że natężenie prądu płynącego między punktami C i B jest równe I_1 , a natężenie prądu na odcinku DB jest równe

I_2 .

Korzystając z powyższych stwierdzeń oraz z drugiego prawa Kirchhoffa dla oczek ACD i DCB (patrz wzór 13) można zapisać

$$I_2 R_{AD} - I_1 R_x = 0 \quad (20)$$

$$I_2 R_{DB} - I_1 R = 0$$

Ponieważ zgodnie ze wzorem (7):

$$R_{AD} = \rho \frac{l_1}{S} \quad (21)$$

$$R_{BD} = \rho \frac{l_2}{S}$$

równania (20) można zapisać:

$$I_1 R_x = I_2 \rho \frac{l_1}{S} \quad (22)$$

$$I_1 R = I_2 \rho \frac{l_2}{S}$$

Po podzieleniu stronami równań (22) i przekształceniu otrzymujemy:

$$R_x = R \frac{l_1}{l_2} \quad (23)$$

II. CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie wartości oporu dla wybranych oporników oraz ich połączeń szeregowych i równoległych za pomocą mostka Wheatstone'a i bezpośrednio za pomocą multimetru cyfrowego.

III WYKONANIE ĆWICZENIA

1. Zestawić obwód pomiarowy wg schematu podanego na rysunku 8.
2. Ustawić styk D w położeniu środkowym l_1 l_2 i przy pomocy regulowanej opornicy dekadowej sprowadzić mostek do stanu równowagi, przy którym galwanometr G nie wykazuje przepływu prądu. Precyzyjne ustawienie równowagi mostka ułatwia styk D. Zapisać wartości l_1 , l_2 , R w tabeli.

- Powtórzyć pomiar jeszcze dla dwóch pozostałych oporników oraz ich połączeń szeregowego i równoległego.
- Rozmontować obwód pomiarowy i przy pomocy multimetru cyfrowego ustawionego na zakres 2 kiloomów zmierzyć wartości oporu tych samych oporników i ich połączeń.

Tabela wyników:

Badany opornik	Mostek Wheatstone'a				Multimetr cyfrowy
	R(Ω)	l_1 (m)	l_2 (m)	$R_x \pm \Delta R_x$	$R_x + \Delta R_x$
poł. szer.					
poł. równ.					

IV. OPRACOWANIE WYNIKÓW I ANALIZA NIEPEWNOŚCI POMIAROWYCH

- Obliczyć wartości badanych oporów R_x korzystając ze wzoru :

$$R_x = R \cdot \frac{l_1}{l_2} \quad (24)$$

- Korzystając z niepewności maksymalnych pomiarów l_1 i l_2 , które wynoszą: $\Delta_d l_1 = \Delta_d l_2 = 0.001m$, obliczyć niepewności standardowe $u(l_1)$ i $u(l_2)$ korzystając ze wzoru (4) we "Wprowadzeniu do metod opracowania wyników pomiarowych":

$$u(l_1) = \frac{\Delta_d l_1}{\sqrt{3}} = \frac{0.001}{\sqrt{3}} = 0.00058m \quad \text{oraz} \quad u(l_2) = \frac{\Delta_d l_2}{\sqrt{3}} = \frac{0.001}{\sqrt{3}} = 0.00058m$$

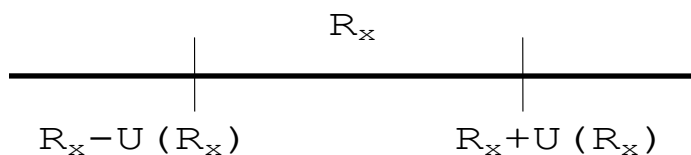
- Przyjmując że, niepewność maksymalna $\Delta R = 0.1\%R$, obliczyć niepewność standardową $u(R)$:

$$u(R) = \frac{0.001R}{\sqrt{3}}$$

- Dla dwóch wybranych oporników obliczyć złożone niepewności standardowe pomiarów pośrednich $u(R_x)$, korzystając ze wzoru (12) we "Wprowadzeniu do...":
Wskazówka: Najpierw przedstawić R_x (wzór 24 powyżej) w postaci iloczynu potęg (wzór (10) we "Wprowadzeniu do").
- Zaokrąglić uzyskane wartości $u(R_x)$ oraz wyniki R_x wg zasad przedstawionych we "Wprowadzeniu do...".
- Obliczyć niepewności rozszerzone: $U(R_x) = k \cdot u(R_x)$, gdzie $k=2$.

7. Zapisać wyniki R_x wraz z niepewnościami rozszerzonymi: $R_x \pm U(R_x)$.

8. Dla wybranego opornika zaznaczyć na osi liczbowej wartość R_x , a następnie przedział: $\{R_x - U(R_x); R_x + U(R_x)\}$.



9. Dla tego samego opornika obliczyć maksymalne błędy bezwzględne dla pomiarów przeprowadzanych multimetrem (patrz instrukcja obsługi multimetru).

10. Na tej samej osi liczbowej co w punkcie 8 nanieść innym kolorem wynik R_x tego samego opornika zmierzony multimetrem i przedział oszacowanego błędu.

V. LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. Dryński Tadeusz., Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, PWN, Warszawa 1978
2. Encyklopedia Fizyki., PWN, Warszawa 1974
3. Halliday D., Resnick R., Fizyka Tom 2, PWN, Warszawa 1974
4. Piech T., Fizyka dla II klasy liceum ogólnokształcącego, technikum i liceum zawodowego. Wyd.V. PZWS, Warszawa 1973
5. Szczeniowski S., Fizyka Doświadczalna, Tom III, PWN, Warszawa 1980