

**Krystyna Gronostaj**  
**Maria Nowotny-Róžańska**  
**Zakład Fizyki,**  
**Uniwersytet Rolniczy**

do użytku wewnętrznego

## ĆWICZENIE 4

### WYZNACZANIE GĘSTOŚCI CIAŁ STAŁYCH I CIECZY PRZY POMOCY PIKNOMETRU

Kraków, 2016

#### Spis treści:

<b>I. CZĘŚĆ TEORETYCZNA.....</b>	<b>2</b>
ZASADY DYNAMIKI NEWTONA .....	2
PRAWO GRAWITACJI .....	3
CIĘŻAR CIAŁA.....	3
CIĘŻAR WŁAŚCIWY .....	5
GĘSTOŚĆ .....	5
ZALEŻNOŚĆ GĘSTOŚCI I CIĘŻARU WŁAŚCIWEGO CIAŁA OD TEMPERATURY .....	5
<b>II. CEL ĆWICZENIA .....</b>	<b>6</b>
<b>III. WYKONANIE ĆWICZENIA .....</b>	<b>6</b>
A. WYZNACZANIE GĘSTOŚCI CIAŁA STAŁEGO.....	6
B. WYZNACZANIE GĘSTOŚCI CIECZY .....	7
<i>Wyprowadzenie wzoru (17) na gęstość badanej cieczy <math>d_x</math></i> .....	8
<b>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA.....</b>	<b>9</b>

#### Zakres wymaganych wiadomości:

Zasady dynamiki (pojęcie siły i masy). Prawo grawitacji (przyspieszenie ziemskie). Ciężar ciała, gęstość i ciężar właściwy (zależność od temperatury). Prawo Archimedesesa. Waga belkowa jako dźwignia, równowaga dźwigni, prawidłowe posługiwanie się wagą, czułość wagi.

# I. CZĘŚĆ TEORETYCZNA

## Zasady dynamiki Newtona

Dynamika bada zależności między wzajemnymi oddziaływaniami ciał i zmianami ruchu wywołanymi przez te oddziaływania. I-sza zasada dynamiki wyraża bardzo ważną własność ciał polegającą na tym, że każde ciało pozostaje w spoczynku lub w ruchu jednostajnym prostoliniowym, dopóki działanie innych ciał nie zmusi je do zmiany tego stanu. Własność tę nazywamy bezwładnością ciała. Oddziaływania między ciałami można opisać posługując się pojęciem siły. Działanie siły na jakieś ciało może przejawiać się, albo w zmianie ruchu tego ciała (zmianie prędkości), lub w zmianie kształtu lub wymiarów ciała (odkształcenie). Miarą siły (a więc oddziaływań) jest wielkość skutku, jaki ona wywołuje.

**I-szą zasadę dynamiki** można sformułować następująco:

Gdy na ciało nie działa żadna siła lub gdy wypadkowa sił działających na ciało równa się zeru, wtedy ciało to pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.

**II-ga zasada dynamiki** ustala związek pomiędzy wzajemnym oddziaływaniem ciał a zmianą charakteru ruchu postępowego. Jedno ze sformułowań brzmi:

Ciało, na które działa niezrównoważona siła porusza się ruchem zmiennym, z przyspieszeniem proporcjonalnym do wartości siły i skierowanym tak jak działająca siła.

$$\vec{a} \approx \vec{F} \quad (1)$$

Współczynnikiem proporcjonalności jest odwrotność masy ciała, która jest miarą bezwładności ciała czyli tzw. masą bezwładną.

Możemy zatem zapisać:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (2)$$

Jednostką siły w układzie SI jest 1 niuton (1N). Jest to siła, która ciału o masie 1 kg nadaje przyspieszenie 1 m/s<sup>2</sup>.

Zależność (2) jest spełniona tylko wtedy, gdy masa ciała jest stała.

**III-cia zasada dynamiki:** Gdy ciało 1 działa na ciało 2 siłą  $F_{21}$ , wtedy ciało 2 działa jednocześnie na ciało 1 siłą  $F_{12}$  równą co do wartości sile  $F_{21}$ , równoległą i przeciwnie zwróconą.

$$\vec{F}_{21} = \vec{F}_{12} \quad (3)$$

Trzecia zasada dynamiki Newtona zwana jest też zasadą akcji i reakcji, a siły  $\vec{F}_{21}$  i  $\vec{F}_{12}$  siłami akcji i reakcji.

### Prawo grawitacji

Każde dwa ciała przyciągają się z siłą grawitacji  $F$ , której wartość jest wprost proporcjonalna do iloczynu mas tych ciał  $m_1, m_2$ , a odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości  $r$  pomiędzy nimi:

$$\vec{F} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (4)$$

gdzie  $G$  jest współczynnikiem proporcjonalności zwanym stałą grawitacji i wynosi

$6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ . Kierunek siły  $\vec{F}$  pokrywa się z linią łączącą środki mas  $m_1$  i  $m_2$ . Zgodnie

z III-cią zasadą dynamiki Newtona, siły grawitacji stanowią parę sił akcja - reakcja (Rys.1), a zatem:

$$\vec{F} = \vec{F}_{21} = \vec{F}_{12}$$



Rys.1. Siły grawitacji w układzie dwóch ciał.

### Ciężar ciała

Ciężar ciała  $\vec{Q}$  jest w przybliżeniu równy sile grawitacji  $\vec{F}_g$  wynikającej z oddziaływania danego ciała z Ziemią. Siła ta ma postać:

$$\vec{F}_g = G \cdot \frac{m \cdot M_Z}{R_Z^2}$$

gdzie  $m$  - to masa ciała,  $M_Z$  - masa Ziemi, a  $R_Z$  - to promień Ziemi.

Ponieważ Ziemia na skutek ruchu obrotowego względem własnej osi jest nieco spłaszczona na biegunach (promień Ziemi na biegunach jest mniejszy o około 21 km niż promień na równiku), ciężar danego ciała nie będzie stały w różnych punktach Ziemi.

Zgodnie z II-gą zasadą dynamiki Newtona, siłę grawitacji można zapisać w postaci:

$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}$$

gdzie  $g$  jest przyspieszeniem ziemskim.

Gdyby Ziemia była jednorodną kulą, wówczas przyspieszenie ziemskie byłoby jednakowe we wszystkich miejscach na Ziemi, a na wysokości  $h$  nad Ziemią wyrażałoby się wzorem:

$$g = G \cdot \frac{M_Z}{(R_Z + h)^2}$$

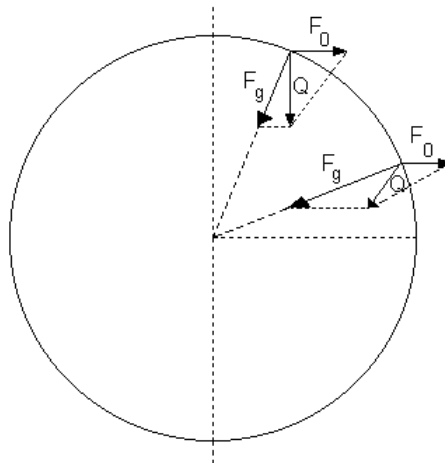
W rzeczywistości na wartość przyspieszenia ziemskiego wpływają takie czynniki jak budowa geologiczna podłoża, rzeźba terenu, wysokość nad poziomem morza. Przyspieszenie ziemskie na

szerokości geograficznej  $45^\circ$  na poziomie morza jest w przybliżeniu równe  $9.81 \text{ m/s}^2$  i nosi nazwę przyspieszenia ziemskiego normalnego. Przyspieszenie ziemskie dla Krakowa wynosi  $g = 9.81054 \text{ m/s}^2$ .

Ciężar ciała  $\vec{Q}$  jest wypadkową kilku sił, wśród których dominuje siła grawitacji Ziemi  $\vec{F}_g$ . Niewielki udział mają również siła odśrodkowa bezwładności  $\vec{F}_0$ , siła wyporu powietrza oraz siły oddziaływania grawitacyjnego Księżyca i Słońca.

Siła odśrodkowa bezwładności  $\vec{F}_0$  działająca na ciało znajdujące się na powierzchni Ziemi, jest skutkiem ruchu obrotowego Ziemi wokół własnej osi. Kierunek siły odśrodkowej jest zawsze prostopadły do osi obrotu Ziemi, a jej wartość rośnie w miarę przesuwania się od bieguna, gdzie wynosi zero, do równika, gdzie przyjmuje wartość maksymalną. Na równiku siła odśrodkowa powoduje zmniejszenie ciężaru ciała o około 0.34% w porównaniu z ciężarem ciała na biegunach. Siła wyporu powietrza powoduje zmniejszenie ciężaru ciała o około 0.01%.

Z dobrym przybliżeniem można przyjąć, że ciężar ciała jest wypadkową siły grawitacji  $\vec{F}_g$  i siły odśrodkowej  $\vec{F}_0$  (rys 2), ponieważ poprawki wynikające z oddziaływania grawitacyjnego Księżyca i Słońca można pominąć, gdyż wynoszą one odpowiednio 0.0003% i 0.000005%. Przy bardzo dokładnych obliczeniach należy natomiast uwzględnić poprawkę wynikającą z siły wyporu powietrza.



Rys. 2. Ciężar ciała w różnych punktach Ziemi.

W rzeczywistości kierunki sił  $\vec{Q}$  i  $\vec{F}_g$  różnią się nieznacznie.

### Ciężar właściwy

Ciężar właściwy ciała  $\bar{\gamma}$ , jest to ciężar jednej jednostki objętości danego ciała (w układzie SI jednostką objętości jest  $m^3$ ). Można go wyliczyć ze wzoru:

$$\bar{\gamma} = \frac{\bar{Q}}{V} \quad (5)$$

gdzie  $\bar{Q}$  jest ciężarem ciała, a  $V$  jego objętością. Jednostką ciężaru właściwego w układzie SI jest  $1N/m^3$ .

Ciężar właściwy nie jest niezmienną cechą danego rodzaju substancji, ponieważ w różnych miejscach Ziemi ta sama substancja ma różny ciężar właściwy.

### Gęstość

Wielkością, która charakteryzuje substancję i nie zależy od miejsca na powierzchni Ziemi jest gęstość lub inaczej masa właściwa ciała  $d$ . Gęstością nazywamy masę ciała zawartą w jednostce objętości ciała. W przypadku ciał jednorodnych można wyliczyć ją ze wzoru:

$$d = \frac{m}{V} \quad (6)$$

Jednostką gęstości w układzie SI jest  $kg/m^3$ .

Gęstością względną nazywamy stosunek gęstości dwóch substancji. Najczęściej gęstość względną określa się w stosunku do wody destylowanej.

Ciężar właściwy i gęstość są związane zależnością:

$$\bar{\gamma} = d \cdot \bar{g} \quad (7)$$

### Zależność gęstości i ciężaru właściwego ciała od temperatury

Zarówno gęstość jak i ciężar właściwy zależą od temperatury. Zależność ta wynika z prawa rozszerzalności objętościowej ciał, które przedstawia się następująco:

$$V_t = V_0(1 + \beta\Delta t) \quad \text{dla ciał stałych}$$

$$V_t = V_0[1 + a(\Delta t) + b(\Delta t)^2 + c(\Delta t)^3] \quad \text{dla cieczy}$$

$$V_t = V_0(1 + \gamma\Delta t) \quad \text{dla gazów doskonałych pod stałym ciśnieniem}$$

gdzie  $V_0$  i  $V_t$  to objętości ciała odpowiednio w temperaturach  $t_0$  i  $t$ ,  $\Delta t$  jest przyrostem temperatury ( $\Delta t = t - t_0$ ), zaś  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  – są stałymi charakterystycznymi dla danego ciała.

Na ogół ze wzrostem temperatury objętość wzrasta, co prowadzi do zmniejszenia zarówno gęstości ciała jak i jego ciężaru właściwego. Niektóre ciecze (np. woda), wykazują pewne charakterystyczne anomalie. W zakresie temperatur od  $0^{\circ}\text{C}$  do  $4^{\circ}\text{C}$  objętość wody maleje, a powyżej  $4^{\circ}\text{C}$  rośnie jak dla innych ciał.

## II. CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie gęstości ciał stałych i cieczy za pomocą piknometru.

## III. WYKONANIE ĆWICZENIA

### A. Wyznaczanie gęstości ciała stałego.

1. Zważyć dobrze wysuszony piknometr z zatyczką-termometrem na szklanej podstawce i zapisać jego masę  $m_p$ .
2. Napęlnić piknometr całkowicie wodą destylowaną i zatkać go zatyczką-termometrem uważając, aby wewnątrz nie było pęcherzyków powietrza. Należy sprawdzić także, czy piknometr jest suchy z zewnątrz. Piknometr trzeba chwytać tylko za szyjkę, aby nie ogrzewać jego zawartości. Napęlniony wodą i zatkany piknometr zważyć na szklanej podstawce:  $m_{pw}$ .
3. Zważyć piknometr napęlniony wodą razem z badanym ciałem umieszczonym na szklanej podstawce:  $m_{cz}$ . Należy pamiętać, że użycie większej masy badanego ciała zwiększa dokładność pomiaru.
4. Wprowadzić do piknometru badane ciało, zatkać piknometr zatyczką-termometrem i starannie osuszyć bibułą piknometr z zewnątrz. Całość zważyć razem z podstawką. Masa piknometru z wodą i badanym ciałem wewnątrz wraz z podstawką szklaną:  $m_{cw}$ .
5. Zmierzyć temperaturę wody  $t$  oraz z tabeli umieszczonej poniżej odczytać gęstość wody  $d_t$  w zmierzonej temperaturze  $t$ .
6. Obliczyć gęstość badanego ciała posługując się wzorem (11).

***Wyprowadzenie wzoru (11) na gęstość badanego ciała stałego  $d_c$ .***

*Zgodnie ze wzorem (6) można zapisać, że:*

$$d_c = \frac{m_{bad.ciala}}{V_{bad.ciala}} \quad (8)$$

Masa badanego ciała wynosi:

$$m_{bad.ciala} = m_{cz} - m_{pw} \quad (9)$$

natomiast jego objętość jest równa objętości wody, która wylała się z piknometru przy wsypywaniu ciała do środka i wynosi:

$$V_{bad.ciala} = \frac{m_{cz} - m_{cw}}{d_t} \quad (10)$$

gdzie  $(m_{cz} - m_{cw})$  to masa wylanej wody, a  $d_t$  to gęstość wody destylowanej w danej temperaturze  $t$ .

Po podstawieniu wzorów (9) i (10) do wzoru (8) otrzymujemy wzór na gęstość badanego ciała:

$$d_c = \frac{m_{cz} - m_{pw}}{m_{cz} - m_{cw}} d_t \quad (11)$$

### ANALIZA NIEPEWNOŚCI POMIAROWYCH

1. Obliczyć niepewności standardowe pomiaru mas, korzystając ze wzoru (4) w materiałach "Wprowadzenie do metod opracowania wyników pomiarowych":

$$u(m_{pw}) = u(m_{cw}) = u(m_{cz}) = \frac{\Delta_d m_{pw}}{\sqrt{3}} = \frac{0.1}{\sqrt{3}} = 0.0577 g \quad (12)$$

2. Obliczyć niepewność standardową pomiaru pośredniego  $u(d_c)$  gęstości badanego ciała stałego, korzystając ze wzoru (9) w materiałach "Wprowadzenie do ...":

$$u(d_c) = \sqrt{\left(\frac{\partial d_c}{\partial m_{pw}}\right)^2 (u(m_{pw}))^2 + \left(\frac{\partial d_c}{\partial m_{cw}}\right)^2 (u(m_{cw}))^2 + \left(\frac{\partial d_c}{\partial m_{cz}}\right)^2 (u(m_{cz}))^2} \quad (13)$$

3. Zaokrąglić uzyskaną wartość  $u(d_c)$  oraz wynik  $d_c$  wg zasad przedstawionych w materiałach "Wprowadzenie do ...".
4. Obliczyć niepewność rozszerzoną  $U(d_c)$  stosując wzór (13) dla  $k=2$ .
5. Zapisać wynik końcowy  $d_c$  wraz z niepewnością rozszerzoną.

### B. Wyznaczanie gęstości cieczy.

1. Pusty piknometr (dokładnie wysuszony lub przepłukany niewielką ilością badanej cieczy)

całkowicie napelnić badaną cieczą, zatkać i osuszyć z zewnątrz. Całość zważyć wraz z podstawką.

Masa piknometru z cieczą i podstawką:  $m_{px}$ .

2. Obliczyć gęstość cieczy  $d_x$  ze wzoru (17) podstawiając zmierzone w części A ćwiczenia  $m_p$ ,  $m_{pw}$  oraz  $d_t$ .

**Wyprowadzenie wzoru (17) na gęstość badanej cieczy  $d_x$ .**

Zgodnie ze wzorem (6) można zapisać, że:

$$d_x = \frac{m_x}{V_x}, \quad (14)$$

gdzie masę badanej cieczy  $m_x$  można obliczyć w następujący sposób:

$$m_x = m_{px} - m_p, \quad (15)$$

a objętość badanej cieczy  $V_x$  jako równą objętości wody w piknometrze w pomiarze A2, można zapisać wzorem:

$$V_x = \frac{m_{pw} - m_p}{d_t}, \quad (16)$$

gdzie  $(m_{pw} - m_p)$  to masa wody zawartej w piknometrze, a  $d_t$  to gęstość wody w danej temperaturze  $t$ .

Wstawiając wzory (15) i (16) do (14) otrzymujemy:

$$d_x = \frac{m_{px} - m_p}{m_{pw} - m_p} d_t. \quad (17)$$

**ANALIZA NIEPEWNOŚCI POMIAROWYCH**

1. Analogicznie jak w części A, obliczyć niepewności standardowe pomiaru mas:

$$u(m_{pw}) = u(m_p) = u(m_{px}) = \frac{\Delta_d m_{pw}}{\sqrt{3}} = \frac{0.1}{\sqrt{3}} = 0.0577 \text{ g} \quad (18)$$

2. Obliczyć niepewność standardową pomiaru pośredniego  $u(d_x)$  gęstości badanej cieczy.

$$u(d_x) = \sqrt{\left(\frac{\partial d_x}{\partial m_{pw}}\right)^2 (u(m_{pw}))^2 + \left(\frac{\partial d_x}{\partial m_p}\right)^2 (u(m_p))^2 + \left(\frac{\partial d_x}{\partial m_{px}}\right)^2 (u(m_{px}))^2} \quad (19)$$

3. Zaokrąglić uzyskaną wartość  $u(d_x)$  oraz wynik  $d_x$  wg zasad przedstawionych w materiałach "Wprowadzenie do ...".

4. Obliczyć niepewność rozszerzoną  $U(d_x)$  stosując wzór (13) dla  $k=2$ .

5. Zapisać wynik końcowy  $d_x$  wraz z niepewnością rozszerzoną.

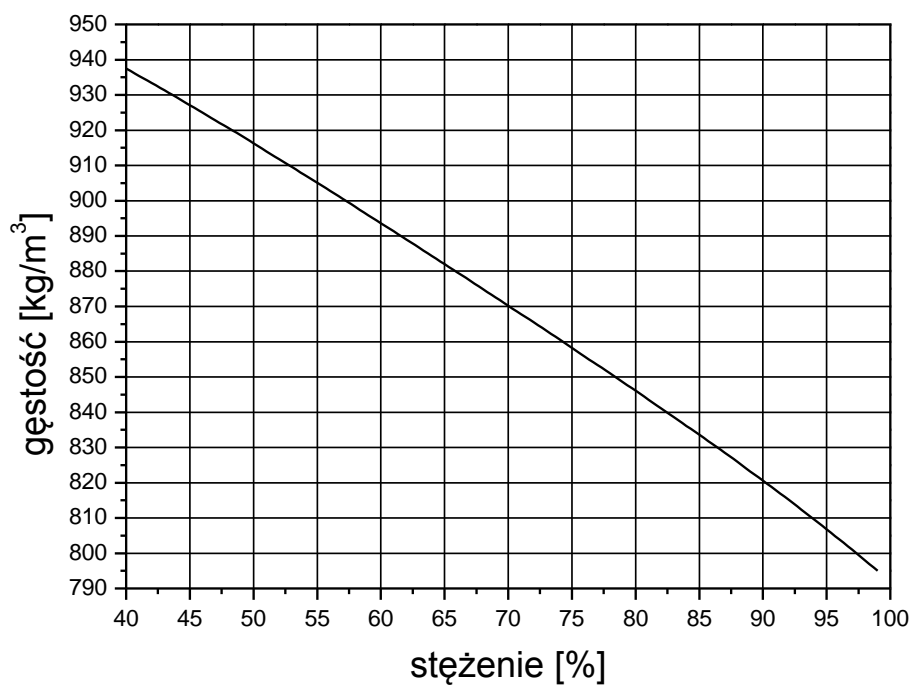
6. Z wykresu zamieszczonego na końcu instrukcji odczytać stężenie procentowe alkoholu etylowego w wodzie.



## GĘSTOŚĆ WODY W ZALEŻNOŚCI OD TEMPERATURY

t (°C)	d (kg/m <sup>3</sup> )	t (°C)	d (kg/m <sup>3</sup> )
10	999.73	21	998.02
11	999.63	22	997.80
12	999.53	23	997.57
13	999.40	24	997.30
14	999.27	25	997.04
15	999.13	26	996.78
16	998.97	27	996.51
17	998.80	28	996.23
18	998.62	29	995.94
19	998.43	30	995.65
20	998.23		

Zależność gęstości roztworu od stężenia alkoholu etylowego w wodzie



### Literatura uzupełniająca

1. Dryński Tadeusz., Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, PWN, Warszawa 1978
2. Encyklopedia Fizyki., PWN, Warszawa 1974

3. Halliday D., Resnick R., Fizyka Tom 1, PWN, Warszawa 1974

4. Szczeniowski S., Fizyka Doświadczalna, Część I, PWN, Warszawa 1980